

3 тақырып. Электр тізбектерін есептеу әдістері.

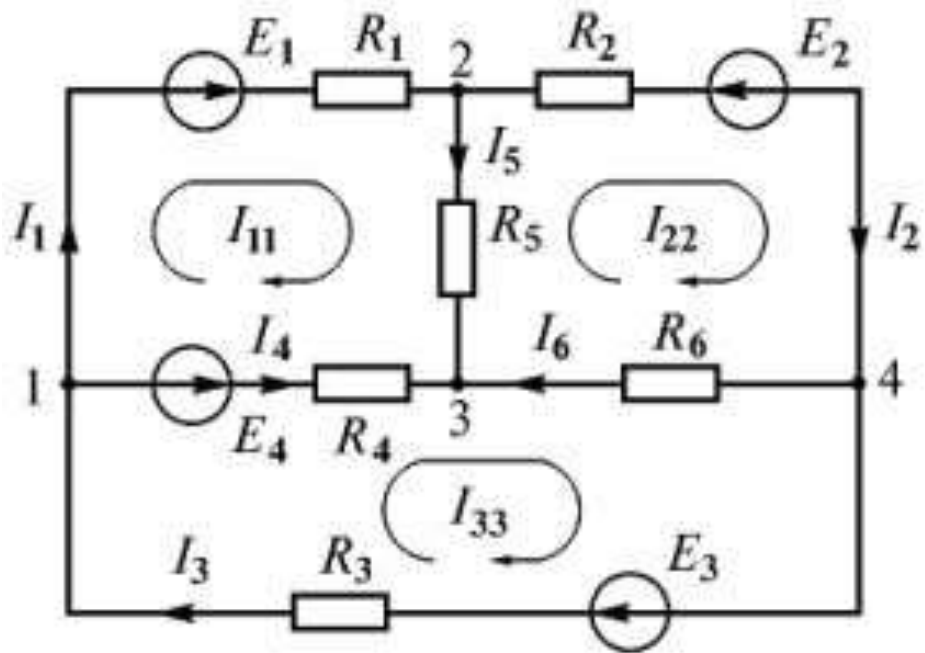
Кирхгоф заңдарын тікелей
қолдану әдісі. Контурлық ток әдісі.

Түйіндік потенциалдар әдісі.

Балама генератор әдісі. Қабаттасу
әдісі

Кирхгоф заңдарының көмегімен тармақталған электр тізбегін есептеу

- Кирхгоф заңдарының әдісі Кирхгофтың бірінші және екінші заңдарына сәйкес құрылған теңдеулер жүйесін шешуден тұрады.
- Бұл әдіс электр тізбегінің түйіндері мен контурлары үшін Кирхгофтың бірінші және екінші заңдарына сәйкес теңдеулерді құрудан және тармақтардағы белгісіз токтарды және кернеулерді анықтау үшін осы теңдеулерді шешуден тұрады.
- Анықталатын токтардың саны тізбек тармақтарының санына тең болады, сондықтан Кирхгофтың бірінші және екінші заңдарына сәйкес тәуелсіз теңдеулер саны да тармақтар санына тең болуы тиіс.



Кирхгофтың бірінші және екінші заңдары бойынша теңдеулердің қажетті санын құрамыз:

$$1) -I_1 - I_4 + I_3 = 0$$

$$2) I_1 - I_5 + I_2 = 0$$

$$3) -I_1 - I_4 + I_3 = 0$$

$$I: I_1 R_1 + I_5 R_5 - I_4 R_4 = E_1 - E_4$$

$$II: I_2 R_2 + I_6 R_6 - I_5 R_5 = -E_2$$

$$III: I_3 R_3 - I_6 R_6 + I_4 R_4 = E_3 + E_4$$

$$1) -I_1 - I_4 + I_3 = 0$$

$$2) I_1 - I_5 + I_2 = 0$$

$$3) -I_1 - I_4 + I_3 = 0$$

$$I: I_1 R_1 + I_5 R_5 - I_4 R_4 = E_1 - E_4$$

$$II: I_2 R_2 + I_6 R_6 - I_5 R_5 = -E_2$$

$$III: I_3 R_3 - I_6 R_6 + I_4 R_4 = E_3 + E_4$$

Контурлық ток әдісі.

- **Контур тогы** - бұл тізбектің барлық тармақтарында бірдей болатын шама. Әдетте есептеулерде олар қос индекстермен белгіленеді, мысалы, I_{11} , I_{22} және т.б.
- Белгілі бір тармақтағы нақты ток осы тармақ кіретін контурлық токтардың алгебралық қосындысымен анықталады. Нақты токтарды табу контурлық ток әдісінің басты міндеті болып табылады.

Теңдеулер жүйесін құрудың жалпы жоспары

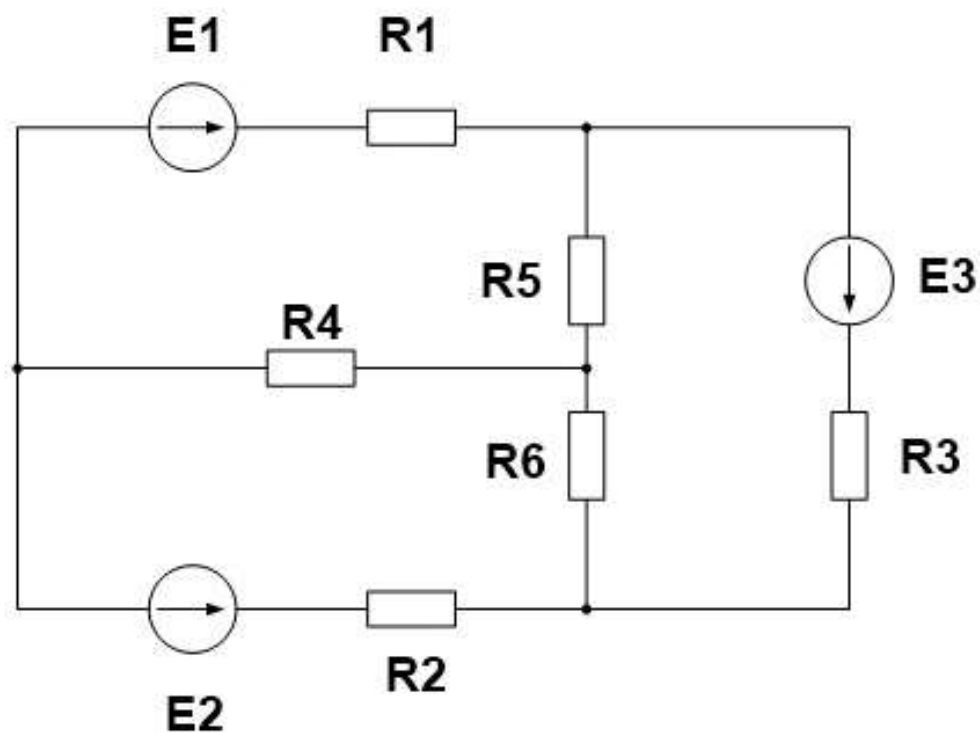
1 - Нақты токтардың бағытын таңдау.

2 - тәуелсіз тізбектерді және олардағы контур токтарының бағытын таңдау.

3 - контурлардың өзіндік және жалпы кедергісін анықтау

4 - теңдеулерді құру және контурлық токтарды табу

5 - нақты токтарды табу



Дано:

$$E1 = 80 \text{ В}$$

$$E2 = 50 \text{ В}$$

$$E3 = 60 \text{ В}$$

$$R1 = 10 \text{ Ом} \quad R4 = 25 \text{ Ом}$$

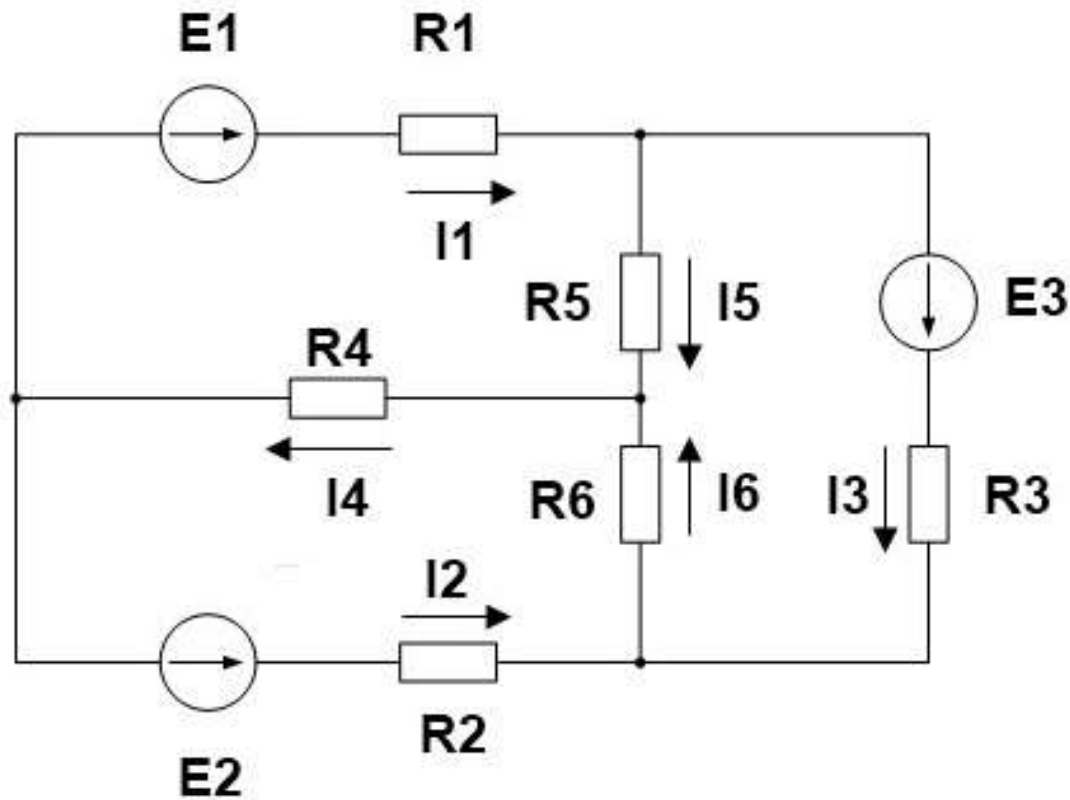
$$R2 = 15 \text{ Ом} \quad R5 = 30 \text{ Ом}$$

$$R3 = 20 \text{ Ом} \quad R6 = 35 \text{ Ом}$$

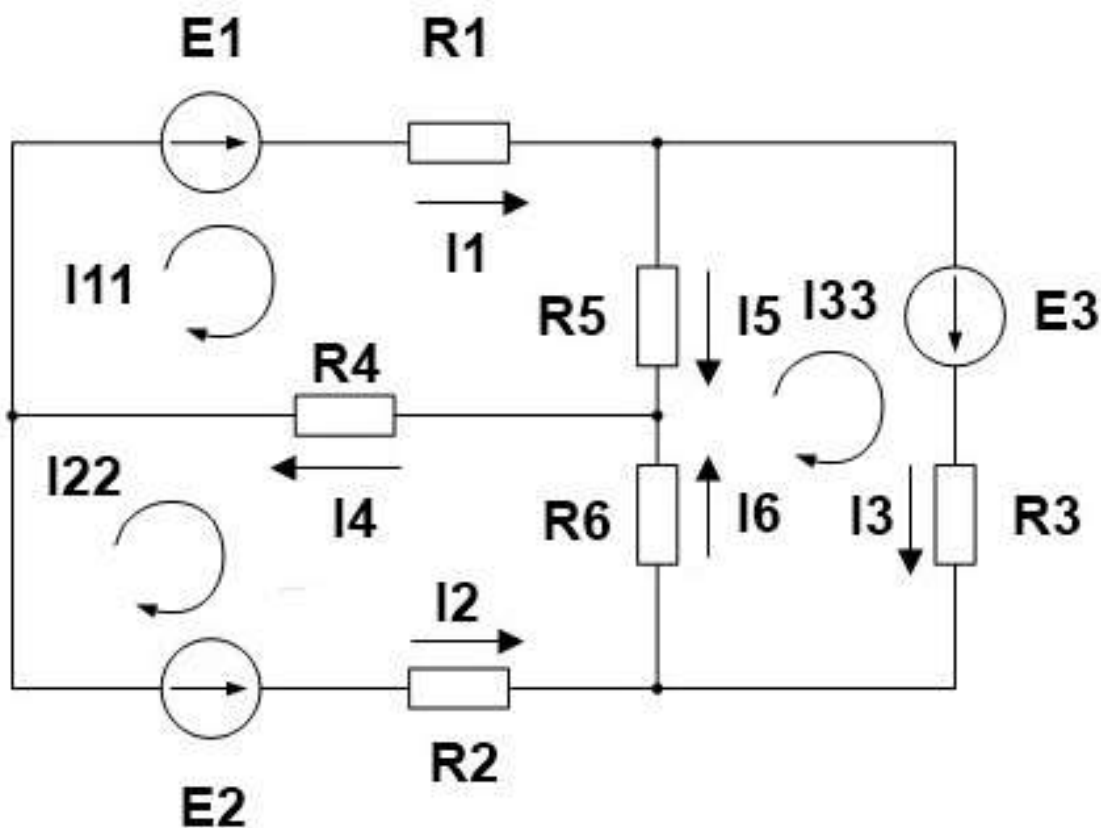
Найти:

$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6 - ?$

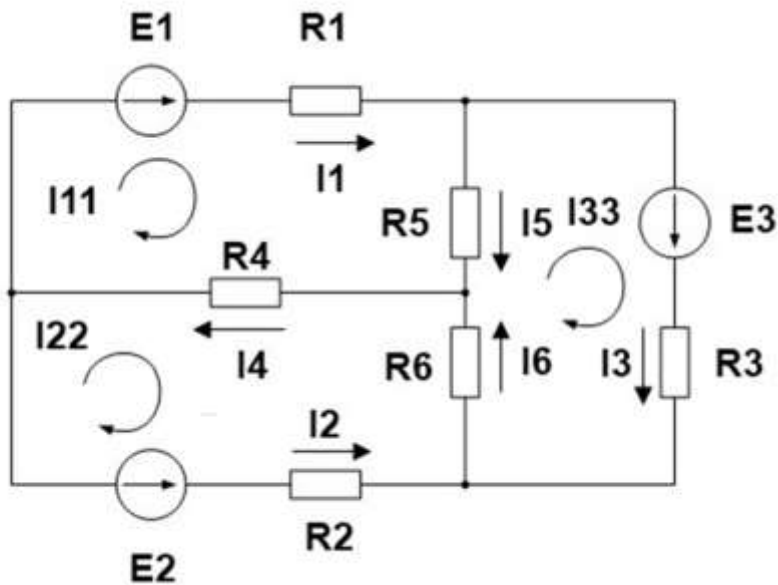
1. $I_1 - I_6$ токтарының бағыттарын ерікті түрде таңдаймыз.



2 Үш контур үшін I_{11} , I_{22} , I_{33} контурлық токтардың бағытын көрсетеміз. Бағытты сағат тілімен бағыттас аламыз.



3. Контурлардың өзіндік кедергілерін анықтаймыз.



Дано:

$$E1 = 80 \text{ В}$$

$$E2 = 50 \text{ В}$$

$$E3 = 60 \text{ В}$$

$$R1 = 10 \text{ Ом} \quad R4 = 25 \text{ Ом}$$

$$R2 = 15 \text{ Ом} \quad R5 = 30 \text{ Ом}$$

$$R3 = 20 \text{ Ом} \quad R6 = 35 \text{ Ом}$$

Найти:

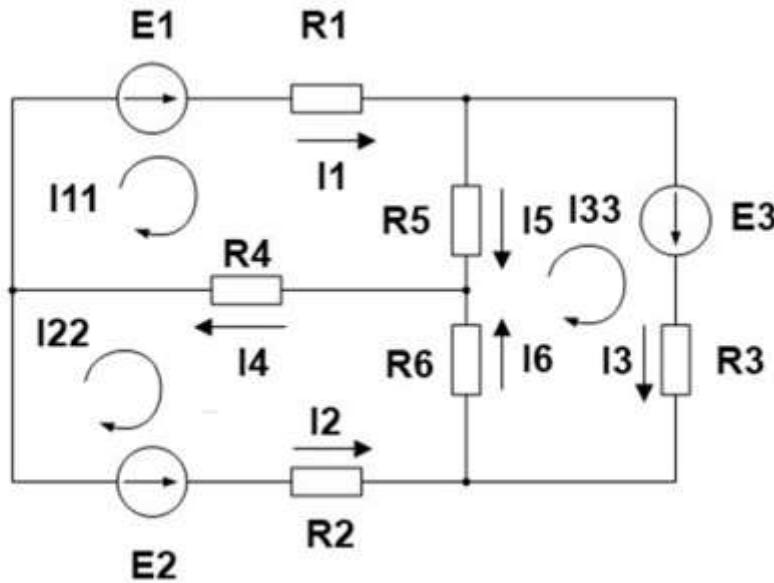
$I1, I2, I3, I4, I5, I6$ -?

$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_5 = 10 + 25 + 30 = 65 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_2 + R_4 + R_6 = 15 + 25 + 35 = 75 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_6 = 20 + 30 + 35 = 85 \text{ Ом}$$

Кейін екі контурға ортақ кедергілерді анықтаймыз.



Дано:

$$E1 = 80 \text{ В}$$

$$E2 = 50 \text{ В}$$

$$E3 = 60 \text{ В}$$

$$R1 = 10 \text{ Ом} \quad R4 = 25 \text{ Ом}$$

$$R2 = 15 \text{ Ом} \quad R5 = 30 \text{ Ом}$$

$$R3 = 20 \text{ Ом} \quad R6 = 35 \text{ Ом}$$

Найти:

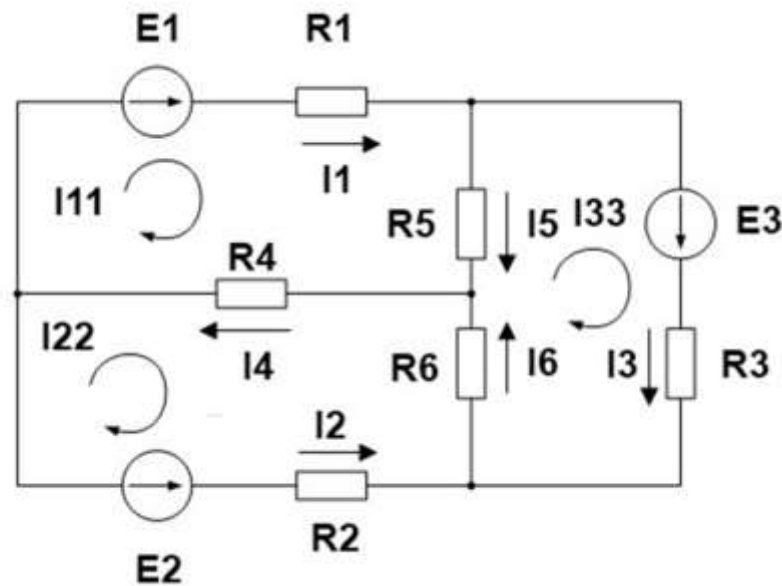
$$I1, I2, I3, I4, I5, I6 - ?$$

$$R_{12} = R_{21} = R_4 = 25 \text{ Ом}$$

$$R_{23} = R_{32} = R_6 = 35 \text{ Ом}$$

$$R_{31} = R_{13} = R_5 = 30 \text{ Ом}$$

3. Контурлы токтар әдісі бойынша теңдеулер жүйесін құрамыз



$$\begin{cases} I_{11} * R_{11} - I_{22} * R_{21} - I_{33} * R_{31} = E_1 \\ I_{22} * R_{22} - I_{11} * R_{12} - I_{33} * R_{32} = -E_2 \\ I_{33} * R_{33} - I_{11} * R_{13} - I_{22} * R_{23} = E_3 \end{cases}$$

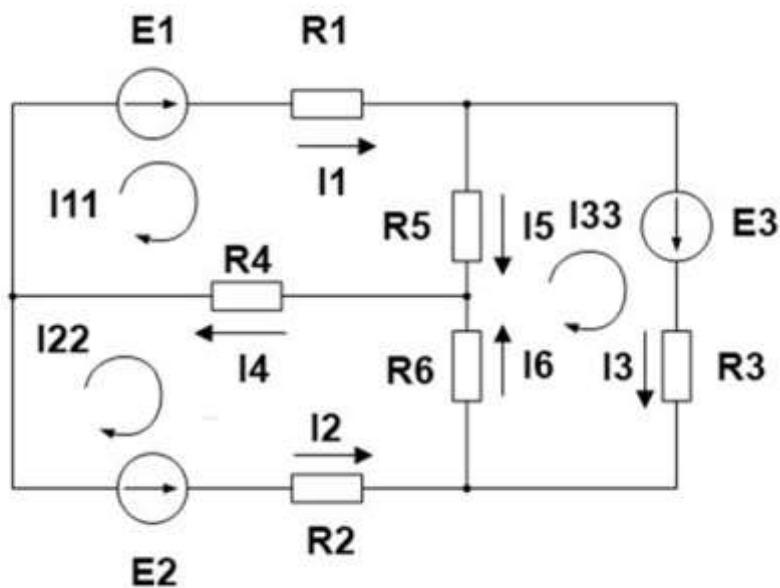
Құрылған теңдеулер жүйесіне анықталған мәндерді қоямыз

$$\begin{cases} I_{11} * R_{11} - I_{22} * R_{21} - I_{33} * R_{31} = E_1 \\ I_{22} * R_{22} - I_{11} * R_{12} - I_{33} * R_{32} = -E_2 \\ I_{33} * R_{33} - I_{11} * R_{13} - I_{22} * R_{23} = E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 65I_{11} - 25I_{22} - 30I_{33} = 80 \\ 75I_{22} - 25I_{11} - 35I_{33} = -50 \\ 85I_{33} - 30I_{11} - 35I_{22} = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{11} = 2,726 \\ I_{22} = 1,264 \\ I_{33} = 2,189 \end{cases}$$

4. Тармақтардағы токтарды анықтаймыз



$$I_1 = I_{11} = 2,726$$

$$-I_2 = -I_{22} = -1,264$$

$$I_3 = I_{33} = 2,189$$

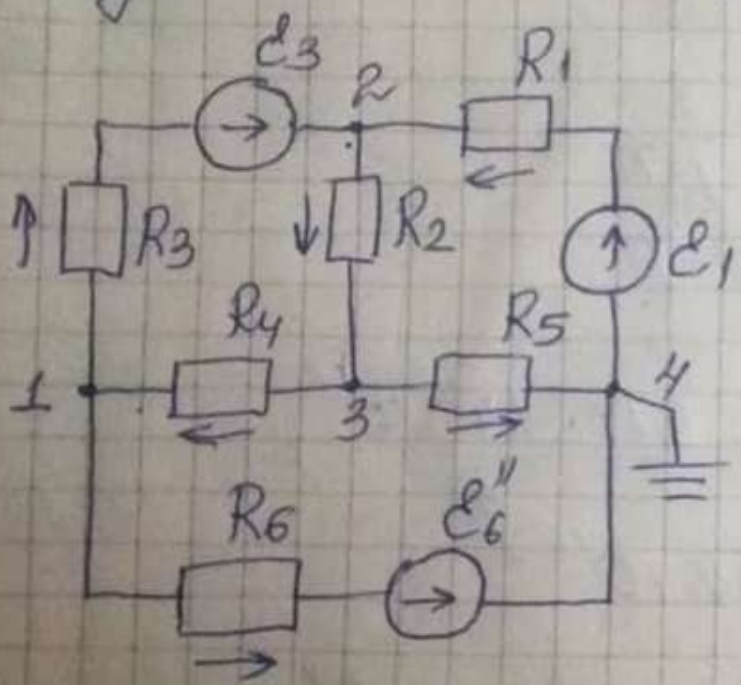
$$I_4 = I_{11} - I_{22} = 2,726 - 1,264 = 1,462$$

$$I_5 = I_{11} - I_{33} = 0,537$$

$$I_6 = I_{33} - I_{22} = 0,925$$

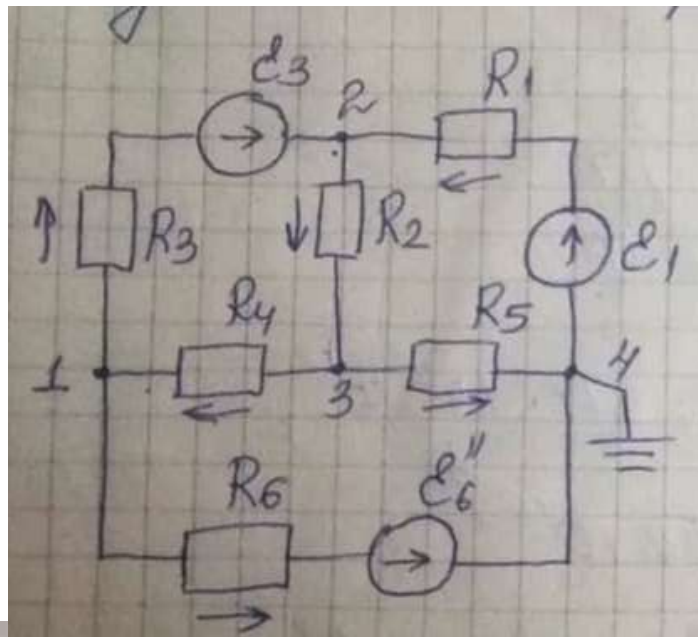
Түйіндік потенциалдар әдісі

Түйіндік потенциалдар әсі
 қаз келен 1 түйінді жерге қосамыз.



- $\varphi_4 = ?$

- $\varphi_1 = ?$
- $\varphi_2 = ?$
- $\varphi_3 = ?$



$$\begin{cases} \varphi_1 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_2 \left(\frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \left(\frac{1}{R_4} \right) = \frac{-E_3}{R_3} - \frac{E_6''}{R_6} \\ \varphi_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) - \varphi_1 \left(\frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \left(\frac{1}{R_2} \right) = \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_1}{R_1} \\ \varphi_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_1 \left(\frac{1}{R_4} \right) - \varphi_2 \left(\frac{1}{R_2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 \\ \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6}\right) \left(-\frac{1}{R_3}\right) \left(-\frac{1}{R_4}\right) \\ \left(-\frac{1}{R_3}\right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) \left(-\frac{1}{R_2}\right) \\ \left(-\frac{1}{R_4}\right) \left(-\frac{1}{R_2}\right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}\right) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\frac{e_3}{R_3} - \frac{e_6''}{R_6} \\ \frac{e_3}{R_3} + \frac{e_1}{R_1} \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta \varphi_1 = \begin{vmatrix} \left(-\frac{e_3}{R_3} - \frac{e_6''}{R_6}\right) & \left(-\frac{1}{R_3}\right) & \left(-\frac{1}{R_4}\right) \\ \left(\frac{e_3}{R_3} + \frac{e_1}{R_1}\right) & \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) & \left(-\frac{1}{R_2}\right) \\ 0 & \left(-\frac{1}{R_2}\right) & \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}\right) \end{vmatrix}$$

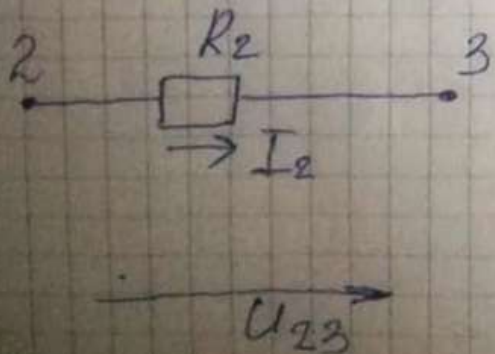
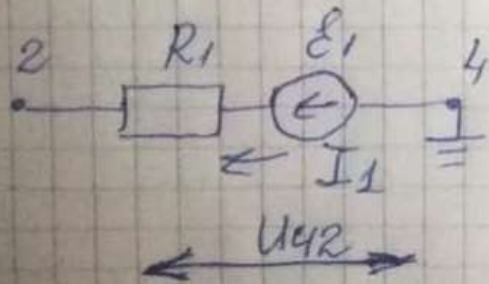
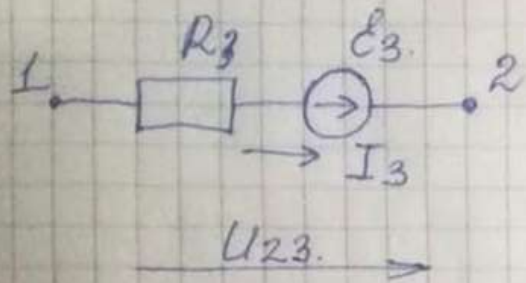
$$\Delta \varphi_2 = \begin{vmatrix} - & - & - \\ - & \left(\frac{E_3}{R_3} - \frac{E_6''}{R_6} \right) & - \\ - & \left(\frac{E_3}{R_3} + \frac{E_1}{R_1} \right) & - \\ - & 0 & - \end{vmatrix} =$$

$$\Delta \varphi_3 = \begin{vmatrix} - & - & \left(-\frac{E_3}{R_3} - \frac{E_6''}{R_6} \right) \\ - & - & \left(\frac{E_3}{R_3} + \frac{E_1}{R_1} \right) \\ - & - & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta \varphi_1}{\Delta}$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta \varphi_2}{\Delta}$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta \varphi_3}{\Delta}$$



$$R_3 I_3 - U_{23} = \overset{(\varphi_2 - \varphi_3)}{E_3}$$

$$R_3 I_3 = E_3 + (\varphi_2 - \varphi_3)$$

$$I_3 = \frac{E_3 + (\varphi_2 - \varphi_3)}{R_3}$$

$$-R_1 I_1 + U_{42} = -E_1$$

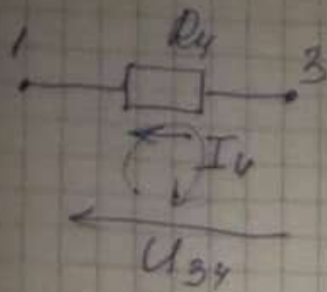
$$-R_1 I_1 = -E_1 - (\varphi_4 - \varphi_2)$$

$$I_1 = \frac{-E_1 - (\varphi_4 - \varphi_2)}{R_1}$$

$$I_2 R_2 - U_{23} = 0$$

$$I_2 R_2 = (\varphi_2 - \varphi_3)$$

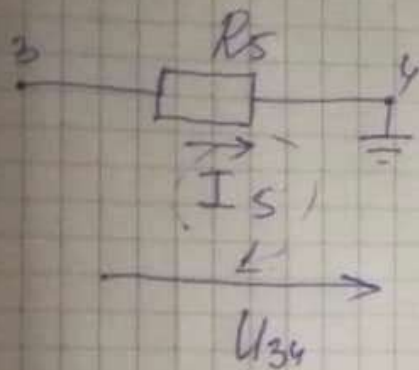
$$I_2 = \frac{(\varphi_2 - \varphi_3)}{R_2}$$



$$-I_4 R_4 + U_{34} = 0$$

$$-I_4 R_4 = -(U_3 - U_4)$$

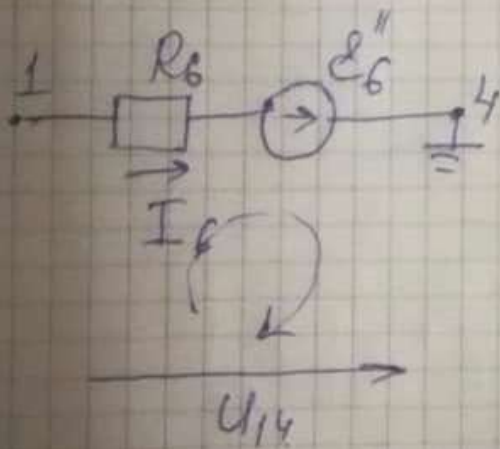
$$I_4 = \frac{-(U_3 - U_4)}{-R_4}$$



$$+I_5 R_5 + U_{34} = 0$$

$$I_5 R_5 = (U_3 - U_4)$$

$$I_5 = \frac{(U_3 - U_4)}{R_5}$$



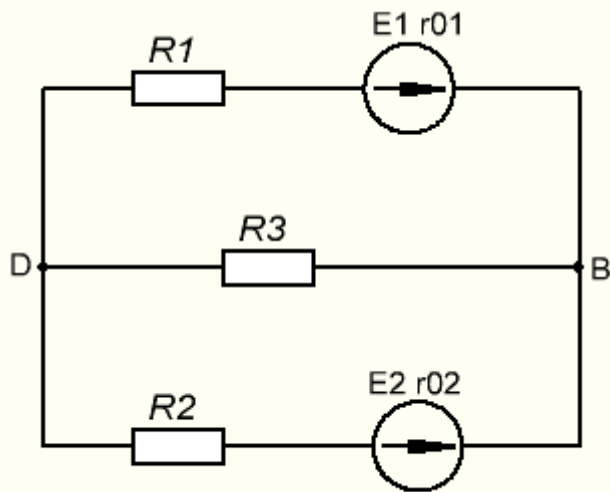
$$R_6 I_6 - U_{14} = E_6''$$

$$R_6 I_6 = E_6'' + (U_1 - U_4)$$

$$I_6 = \frac{E_6'' + (U_1 - U_4)}{R_6}$$

Қабаттасу әдісі

Бұл әдіс тізбектің кез-келген бір элементке бірнеше көздердің әсерін әр ЭҚКң сол элементке жеке-жеке әсер ету нәтижесі ретінде қарастыруға болатындығында.



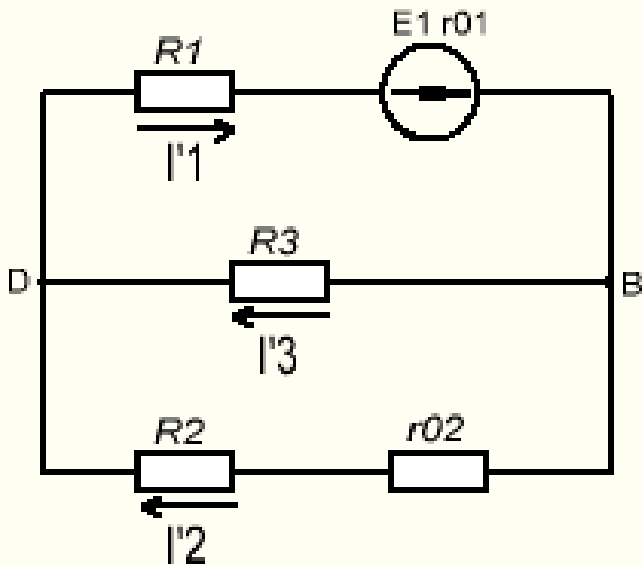
Берілгені:

$E_1=100$ В, $E_2=50$ В; $R_1=4$ Ом,
 $R_2=10$ Ом; $R_3=12$ Ом,
 $r_{01}=10$ Ом, $r_{02}=2$ Ом.

Тізбектің барлық токтарын анықтау.

1. Схемадағы көздердің санын анықтаймыз. Бұл схемада екі көз бар, сондықтан біз екі схеманы есептеуіміз керек.

2. Тізбекте тек $E1$ ЭҚК бар делік. (2-сурет) . Осы схема үшін $E1$ көзі құрған жеке токтардың бағытын көрсетеміз ($I'_1; I'_2; I'_3$).



Назар аударыңыз, егер ЭҚКте ($E1; E2$) ішкі кедергі болса ($r01; r02$), онда бұл көзді алып тастағанда оның ішкі кедергісі тізбекте қалады.

I'_1 тогын анықтаймыз. $R_{\text{ЭКВ}}$ - тізбектің толық кедергісі.

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{(R_2 + r_{02}) \cdot R_3}{R_2 + r_{02} + R_3} + R_1 + r_{01} = 11 \text{ Ом.}$$

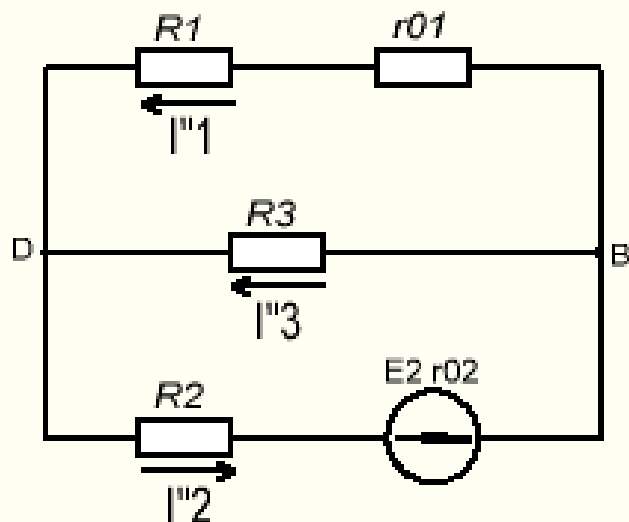
$$I'_1 = \frac{E_1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{100}{11} = 9 \text{ A;}$$

I'_2 ; I'_3 токтарын анықтаймыз

$$I'_2 = I'_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + r_{02} + R_3} = 9 \cdot \frac{12}{10 + 2 + 12} = 4,5 \text{ A.}$$

$$I'_3 = I'_1 \cdot \frac{R_2 + r_{02}}{R_2 + r_{02} + R_3} = 9 \cdot \frac{10 + 2}{10 + 12 + 2} = 4,5 \text{ A.}$$

Біз бірінші схема бойынша барлық жеке токтарды анықтадық



- Тізбекте тек E2 ЭҚК бар делік. (3-сурет) . Осы схема үшін E2 көзі құрған жеке токтардың бағытын көрсетеміз (I''_1 ; I''_2 ; I''_3).

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{(R1 + r01) \cdot R3}{R1 + r01 + R3} + R2 + r02 = 15,5 \text{ Ом.}$$

$$I''2 = \frac{E2}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{50}{15,5} = 3,22 \text{ A};$$

$$I''1 = I''2 \cdot \frac{R3}{R1 + r01 + R3} = 3,22 \cdot \frac{12}{4 + 1 + 12} = 2,27 \text{ A.}$$

$$I''3 = I''2 \cdot \frac{R1 + r01}{R1 + r01 + R3} = 3,22 \cdot \frac{4 + 1}{4 + 12 + 1} = 0,94 \text{ A.}$$

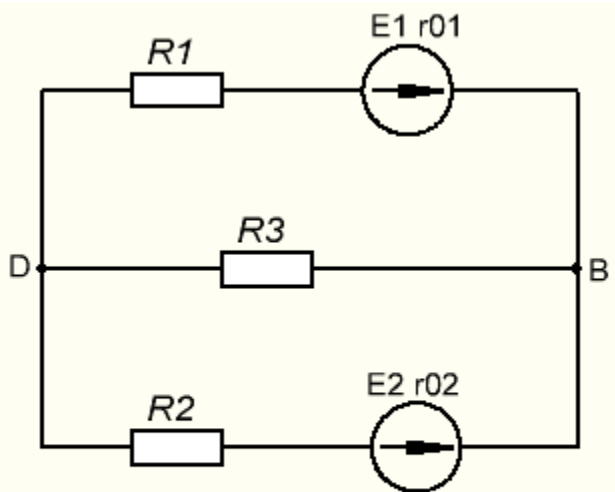


Рисунок 1

- Бірінші схеманың (2-сурет) және екінші схеманың (3-сурет) жеке токтарын алгебралық қосу арқылы бастапқы схема (1-сурет) үшін токтарды анықтаймыз.

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 9 - 2,27 = 6,73 \text{ A};$$

$$I_2 = I'_2 - I''_2 = 4,5 - 3,22 = 1,28 \text{ A};$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 4,5 + 0,94 = 5,44 \text{ A};$$